Cinemática de la partícula

Coordenadas intrínsecas.
Movimiento circular. Movimiento relativo

Ejemplo 3a

En cierto instante un objeto viene una velocidad $\bar{v} = 1\frac{m}{s}\breve{\imath} - 0{,}5\frac{m}{s}\breve{\jmath}$ y aceleración $\bar{a} = 2\frac{m}{s^2}\breve{\jmath}$

- Determinar si en ese instante el objeto está aumentando o disminuyendo su rapidez y si está girando.
  - $\bar{v} \cdot \bar{a} = -1\frac{m^2}{s^3} \quad \rightarrow \quad a_t = \frac{\bar{v}\cdot\bar{a}}{|\bar{v}|} = \frac{-1\frac{m^2}{s^3}}{\sqrt{1{,}25}\frac{m}{s}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}\frac{m}{s^2} \quad \rightarrow \textit{está frenando}$
  - $\bar{v} \times \bar{a} = 2\frac{m^2}{s^3}\breve{k} \quad \rightarrow \quad a_n = \frac{|\bar{v}\times\bar{a}|}{|\bar{v}|} = \frac{2\frac{m^2}{s^3}}{\sqrt{1{,}25}\frac{m}{s}} = \frac{4}{\sqrt{5}}\frac{m}{s^2} \quad \rightarrow \textit{está girando}$

Ejemplo 3b

En cierto instante un objeto viene una velocidad $\bar{v} = 1\frac{m}{s}\breve{\imath} - 0{,}5\frac{m}{s}\breve{\jmath}$ y aceleración $\bar{a} = 2\frac{m}{s^2}\breve{\jmath}$

- Expresar la velocidad y la aceleración en coordenadas intrínsecas. Determinar el radio de curvatura.
  - $\bar{v} = |\bar{v}|\breve{t} = \sqrt{1{,}25}\frac{m}{s}\breve{t}$
  - $\bar{a} = \frac{\bar{v}\cdot\bar{a}}{|\bar{v}|}\breve{t} + \frac{|\bar{v}\times\bar{a}|}{|\bar{v}|}\breve{n} = -\frac{2}{\sqrt{5}}\frac{m}{s^2}\breve{t} + \frac{4}{\sqrt{5}}\frac{m}{s^2}\breve{n}$
  - $\rho = \frac{|\bar{v}|^2}{a_n} = \frac{5\sqrt{5}}{16}m$

Ejemplo 2b

Enunciado

La trayectoria de un objeto es $y(x) = 2m \cdot sen(4\frac{1}{m}x + \pi)$ [1]. Si la componente de la velocidad en el eje x es $V_x = 2\pi t \frac{m}{s^2}$ y la posición inicial del objeto es $\overline{r_0} = \frac{3}{4}\pi m \hat{\imath}$ [2]:

Determinar la velocidad y la aceleración para t=0,25s. Expresarlo en coordenadas cartesianas e intrínsecas.

Ejemplo 2b

- En cartesianas

$$\bar{v}(0,25s) = \frac{\pi}{2}\frac{m}{s}\hat{i} + 2\pi\sqrt{2}\frac{m}{s}\hat{j}$$

$$\bar{a}(0,25s) = (2\pi\frac{m}{s^2};4\pi\sqrt{2}\frac{m}{s^2};0)$$

$$\bar{v}(0{,}25s) = (\frac{\pi}{2}\frac{m}{s};2\pi\sqrt{2}\frac{m}{s};0)\,/\,\bar{a}(0{,}25s) = (2\pi\frac{m}{s^2};4\pi\sqrt{2}\frac{m}{s^2};0)$$

En intrínsecas: Velocidad

$$\bar{v} = \left|\bar{v}\right|\hat{t}$$

$$\left|\bar{v}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{33}{4}\pi}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{33}{4}\pi}\,(\frac{m}{s})\hat{t}$$

$$\bar{v}(0{,}25s) = (\frac{\pi}{2}\frac{m}{s};2\pi\sqrt{2}\frac{m}{s};0) \,/\, \bar{a}(0{,}25s) = (2\pi\frac{m}{s^2};4\pi\sqrt{2}\frac{m}{s^2};0)$$

En intrínsecas: Aceleración

$$\bar{a} = a_t\hat{t} + a_n\hat{n}$$

$$a_t = \frac{d\left|\bar{v}\right|}{dt} = \frac{\bar{v}\cdot\bar{a}}{\left|\bar{v}\right|} = \frac{v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y}{\left|\bar{v}\right|}$$

$$a_t = \frac{17\pi}{\sqrt{33/4}}(\frac{m}{s^2})$$

$$\bar{v}(0{,}25s) = (\frac{\pi}{2}\frac{m}{s};2\pi\sqrt{2}\frac{m}{s};0) \,/\, \bar{a}(0{,}25s) = (2\pi\frac{m}{s^2};4\pi\sqrt{2}\frac{m}{s^2};0)$$

En intrínsecas: Aceleración

$$\bar{a} = a_t\hat{t} + a_n\hat{n}$$

$$a_n = \frac{\left|\bar{v}\right|^2}{\rho} = \frac{\left|\bar{v}\times\bar{a}\right|}{\left|\bar{v}\right|} = \frac{\left|v_x\cdot a_y - v_y\cdot a_x\right|}{\left|\bar{v}\right|}$$

$$a_n = \frac{3\sqrt{2}\pi}{\sqrt{33/4}}(\frac{m}{s^2})$$

$$\bar{v}(0{,}25s) = (\frac{\pi}{2}\frac{m}{s};2\pi\sqrt{2}\frac{m}{s};0)\ /\ \bar{a}(0{,}25s) = (2\pi\frac{m}{s^2};4\pi\sqrt{2}\frac{m}{s^2};0)$$

En intrínsecas

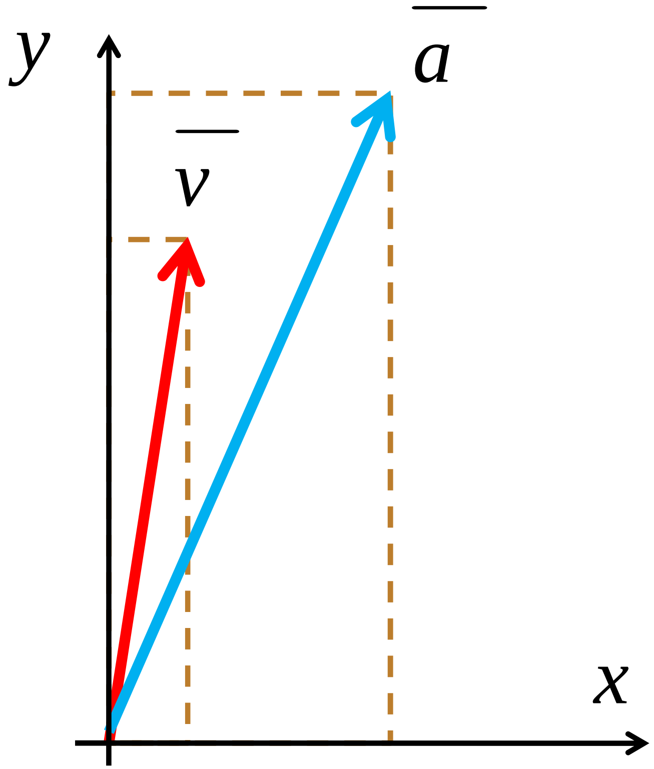
$$\bar{v} = \left|\bar{v}\right|\hat{t}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{33}{4}}\pi(\frac{m}{s})\hat{t}$$

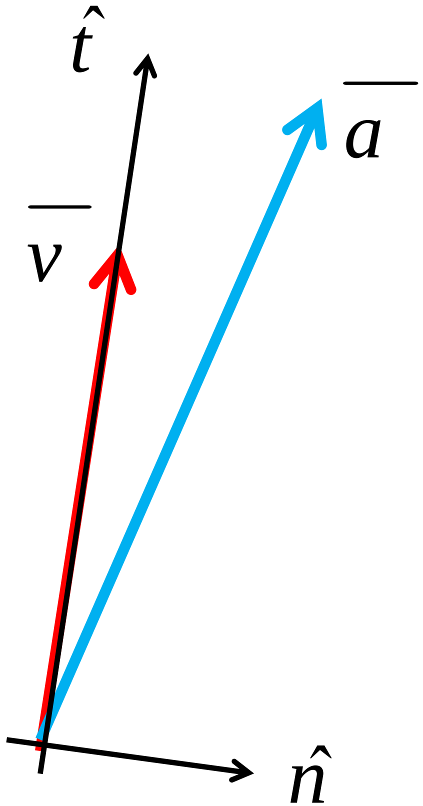
$$\bar{a} = a_t\hat{t} + a_n\hat{n}$$

$$\bar{a} = \frac{17\pi}{\sqrt{33/4}}(\frac{m}{s^2})\hat{t} + \frac{3\sqrt{2}\pi}{\sqrt{33/4}}(\frac{m}{s^2})\hat{n}$$

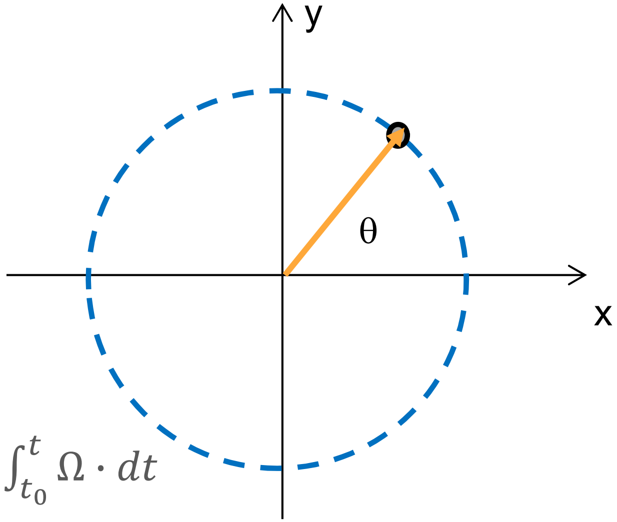
Análisis gráfico



Análisis gráfico



Movimiento circular



Posición: $\bar{r} = R cos\theta \hat{\imath} + R sen\theta \hat{\jmath}$.

Velocidad angular: $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ *(dirección: perpendicular al plano del movimiento y sentido definido por la mano derecha)* $\theta = \theta_0 + \int_{t_0}^{t} \Omega \cdot dt$

Aceleración angular $\bar{\gamma} = \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \rightarrow \Omega = \Omega_0 + \int_{t_0}^{t} \gamma \cdot dt$

Velocidad: $\bar{v} = \bar{\Omega} \times \bar{r}$

Aceleración: $\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{r} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{\gamma} \times \bar{r} + \bar{\Omega} \times \bar{v} = \bar{\gamma} \times \bar{r} + \bar{\Omega} \times \bar{\Omega} \times \bar{r}$

Ejemplo 3

- Un objeto se mueve con una trayectoria circular de radio $R = 0{,}4m$. La velocidad angular es $\overline{\Omega} = 0{,}2\,\frac{1}{s}\,\breve{k}$. Determinar la velocidad del objeto en los puntos A, B y C.